CHAPITRE III: PRESSION ET TEMPERATURE

Ces deux variables d'état, paramètres intensifs classiques de nombreux systèmes thermodynamiques méritent une attention particulière. Elles sont en effet totalement intégrées dans le langage courant avec ce que cela peut supposer d'idées erronées ou approximatives sur la question. Ce chapitre se propose de vous éclairer sur la question.

I: NOTIONS ELEMENTAIRES DE THERMOMETRIE.

1-1 : Généralités.

Nous connaissons tous les notions de chaud et de froid ne serait-ce que par les conséquences physiologiques qu'elles entraînent : on grelotte quand il fait froid, on transpire quand il fait chaud.

Cependant, nous serions nous même un moyen peu fiable pour quantifier cette

idée de chaud ou de froid.

L'expérience suivante devrait vous en convaincre : trempez votre main droite dans de l'eau chaude et votre main gauche dans de l'eau froide. Au bout de deux ou trois minutes, échangez les deux mains. L'eau froide parait encore plus froide et l'eau chaude excessivement chaude.

Il nous faut donc un moyen plus fiable que l'être humain pour repérer le

"chaud" ou "le froid" : c'est un thermomètre.

1-2 : La notion de thermomètre

Vous connaissez tous ces petits thermomètres que l'on vend dans les pharmacies pour repérer la température de bébé. Une fois la baignoire remplie, on met en contact le thermomètre avec l'eau du bain et on attend que le liquide contenue dans l'enveloppe de verre du thermomètre se stabilise à une certaine hauteur. Le fabriquant attribue alors à la hauteur de mercure un chiffre que nous appelons température. On sait alors si le bain de bébé est oui ou non à la température idoine.

Ce thermomètre rudimentaire contient tous les concepts de base de la

thermométrie.

Au départ, le bain comme le thermomètre sont en équilibre thermodynamique indépendamment l'un de l'autre. Lorsqu'on les met en contact, le liquide du thermomètre se met à monter. Cela veut dire qu'il évolue vers un nouvel état d'équilibre. Il tend intuitivement à se mettre en équilibre thermodynamique avec le bain. En revanche, l'eau du bain est peu perturbée par le thermomètre. Elle constitue (au moins pendant la durée du bain) un réservoir de chaleur. Quand le liquide du thermomètre ne monte plus, cela signifie que le thermomètre est à nouveau en équilibre. En particulier, il est maintenant en équilibre thermodynamique avec l'eau du bain. La grandeur physique, ici le niveau du liquide, qui a varié est appelée grandeur thermométrique. Cette grandeur étant directement liée au fait que le bain soit plus ou moins chaud, c'est un moyen de quantifier cette notion intuitive.

A la grandeur physique h, hauteur du mercure, on va associer une température θ au moyen d'une fonction quelconque mais monotone croissante de

h (intuitivement, plus le liquide monte, plus le bain est chaud).

La grandeur thermométrique peut être tout autre chose que la hauteur d'un fluide qui se dilate, ce peut être une résistance électrique, la fem d'une pile bref toute grandeur physique sensible intuitivement au "chaud" et au "froid".

Par exemple à une résistance électrique R, on peut associer une température θ avec :

$$\theta = f(R)$$

1-3 : Echelle affine centésimale de température.

Si on choisit pour f une fonction affine c'est à dire la fonction monotone la plus simple qui soit. On définira une température θ par :

(1)
$$\theta = \alpha l + \beta$$
 (2 n'et pour une loi physiques

où lest la grandeur thermométrique (hauteur de mercure, résistance électrique, etc... Une telle échelle de température est dite échelle affine.

Pour des raisons historiques, une échelle a prédominé sur les autres, c'est

l'échelle affine centésimale à deux points fixe.

Dans cette échelle, on associe la valeur $\theta=0$ au mélange eau-glace sous une atmosphère ($\ell=\ell_{\rm LS}$) et la valeur $\theta=100$ pour le mélange eau liquide-eau vapeur sous une atmosphère ($\ell=\ell_{\rm LV}$). On dit que ces deux points sont deux points fixes de l'échelle. On peut alors écrire :

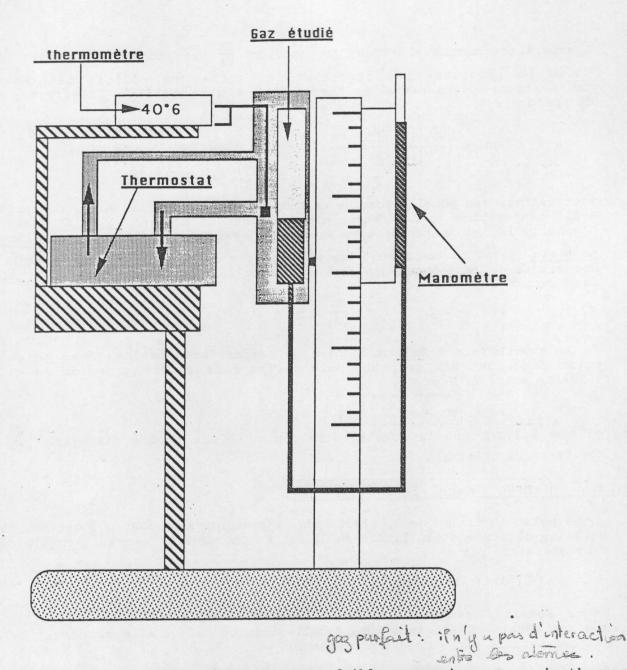
$$\theta = 100 \frac{\ell - \ell_{LS}}{\ell_{LV} \ell_{LS}}$$

Vous voyez maintenant poindre le problème. Si on change de thermomètre (thermomètre à alcool contre thermomètre à mercure), et si on l'utilise pour le bain, il n'y a aucune raison (sauf si θ =100 ou θ = 0!!) pour que la grandeur thermométrique et donc la température lue alors soit la même que précédemment. Chaque thermomètre donne donc "sa propre" température. Il permet donc un repérage mais non une mesure de température. On ne peut en effet comparer deux températures que si on utilise le même appareil.

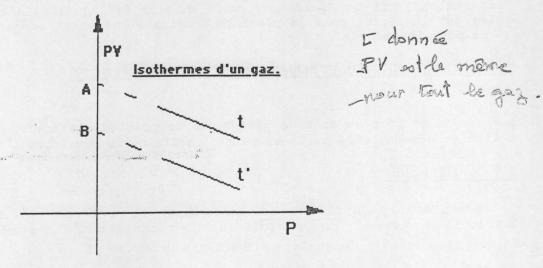
Nous aimerions pouvoir définir la température de manière absolue, c'est à dire indépendamment de l'appareil de mesure. Une telle échelle de température existe, c'est l'échelle dite des gaz parfaits définie avec le thermomètre à gaz.

1-4: Echelle absolue de température et échelle légale de température.

Le principe du thermomètre à gaz est le suivant : dans un réservoir de volume variable en contact avec un thermostat se trouve une masse m de gaz. La température t du thermostat est repérée à l'aide d'un thermomètre du même type que précédemment. La pression P du gaz est "réglable" en faisant varier le volume du réservoir. On la mesure à l'aide d'un manomètre classique à mercure (voir figure ci-dessous). On appelle représentation d'Amagat, la représentation pour une température t donnée du produit PV en fonction de la pression P du gaz. V est le volume de gaz enfermé.



On constate expérimentalement qu'aux faibles pressions, ces isothermes sont quasiment des droites. Par exemple, une isotherme t coupe (par extrapolation) l'axe des ordonnées en A et une isotherme t' le coupe en B.



L'expérience montre alors que le quotient $\frac{OB}{OA}$ est indépendant du gaz utilisé. C'est ce résultat très important qui permet de définir maintenant une température indépendante du thermomètre à gaz utilisé. Il suffit en effet de prendre :

$$\lim_{P \rightleftharpoons 0} \left[\frac{(PV)_B}{(PV)_A} \right] = \frac{OB}{OA} = \frac{T_B}{T_A} \qquad \qquad \frac{(PV)_B}{(PV)_A} = \frac{T_B}{T_B}$$

Pour définir une échelle absolue de température, il suffira alors de choisir une seule température de référence, c'est à dire de choisir un point fixe. L'échelle légale de température attribue la valeur $T_0 = 273,16K$ au point triple

de l'eau (point où coexistent les trois phases liquide, solide et vapeur). Une mesure de température se fera donc avec le thermomètre à gaz, en utilisant la relation :

$$\frac{OA}{OA_0} = \frac{T_A}{T_0}$$

On appelle alors <u>Kelvin</u> l'unité de température absolue. Avec ce choix de point fixe, on aura pour une mole de gaz sous faible pression la relation suivante entre P, V et T:

$$PV = RT = \mathcal{N}k_BT$$

où R = 8,32J/K est la constante de Joule, ${\cal N}$ le nombre d'Avogadro et $k_{\rm B}$ la constante de Boltzmann.

1-5 : Echelle Celsius. Echelle Farenheit.

Le point de fusion de la glace sous la pression atmosphérique est de 273,15 K et la température d'ébullition de 373,15 K. On définit alors l'échelle Celsius de température par :

$$t(^{\circ}C) = T - 273,15$$

Cette échelle, centésimale par construction nous est plus familière bien que non légale. C'est aussi une échelle absolue puisqu'elle se déduit de celle des gaz parfait par simple translation.

L'échelle Farenheit proposé en 1688 par le physicien Prussien du même nom est encore largement utilisée dans les pays anglo-saxons ou sous leur influence culturelle. Grossièrement O°F=-17,8°C et 100°F=37,8°C. Deux températures "naturelles" pour un Prussien : celle en deçà de laquelle le salage des routes gelés est inopérant pour la première d'entre elles et la température moyenne du corps pour la seconde.

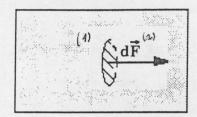
II: NOTION DE PRESSION ET ELEMENT DE STATIQUE DES FLUIDES.

On se propose dans ce paragraphe de préciser la notion de pression puis d'étudier comment elle varie au sein d'un fluide en équilibre.

2-1 : Définition.

Considérons un <u>fluide au repos</u> dans le référentiel du laboratoire. Introduisons au sein de ce fluide en un point M donné une petite capsule de faible dimension et de surface élémentaire orientée dS.

L'expérience montre que cette petite surface est soumise à une force élémentaire dF, proportionnelle à le surface, normale à celle-ci et telle que son module ne dépende pas de l'orientation de la petite surface.



Le fluide situé du côté gauche exerce donc sur la capsule au point M, une force dF qu'on peut écrire :

$$d\vec{r} = P(M) d\hat{sn}(M)$$
 P. ds. \vec{m}

où n(M)est un vecteur unitaire normal à la surface, dirigé du fluide vers la capsule.

P(M) est la pression du fluide au point M.

De manière générale, une pression correspond à une force par une unité de surface.

Dans le cas d'un gaz, ou d'un faisceau lumineux intense, la force exercée sur une surface test de petite dimension s'interprète naturellement comme un transfert d'impulsion entre le gaz (de molécules ou de photons) et la surface à cause des chocs incessants sur cette surface. On parle alors de pression cinétique, pression intuitivement toujours positive.

En revanche, des interactions attractives (type Van der Walls) ont tendance à attirer des particules situées près de la surface vers l'intérieur du fluide créant ainsi une pression négative. Une telle pression est appelée pression moléculaire.

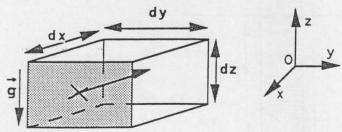
Dans le système international, l'unité de pression est la Pascal avec :

La pression atmosphérique équivaut sensiblement à cent mille Pascal.

2-2 : Hydrostatique d'un fluide dans un champ de pesanteur uniforme.

On étudie dans ce paragraphe l'équilibre d'un fluide de masse volumique ρ dans le champ de pesanteur Terrestre uniforme à l'échelle du fluide. On note g le module de l'accélération de la pesanteur.

Ecrivons l'équation d'équilibre d'un petite volume parallélipipédique dxdydz au sein du fluide. Ce petit volume se trouve en équilibre sous l'effet de son propre poids dP = pgdxdydz et des forces pressantes qu'exerce sur sa surface le reste du fluide.



En projection selon les trois axes du trièdre orthonormé, il vient :

Selon Ox : P(x)dydz - P(x+dx)dydz = 0

$$\Rightarrow -\frac{\partial P}{\partial x} = 0$$
 donc P ne dépend pas de x.

Selon Oy: P(y)dxdz -P(y+dy)dxdz = O

$$\Rightarrow -\frac{\partial P}{\partial y} = 0$$
 donc P ne dépend pas de y.

C'est à dire que la pression P ne dépend que de z.

Selon Oz :
$$P(z)dxdy - P(z+dz)dxdy - pgdxdydz = 0$$

$$\Rightarrow (-\frac{dP}{dz} - pg)dxdydz = 0$$

grad P= Pg

Pour un fluide en équilibre dans le champ de pesanteur Terrestre, on a donc :

C'est l'équation de l'hydrostatique des fluides.

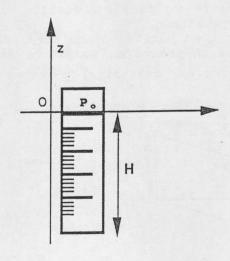
Attention!! On ne peut intégrer directement cette équation car pour un fluide compressible, ρ dépend de la pression (c'est la définition même de la compressibilité !!).

Par conséquent, pour pouvoir étudier l'évolution de P en fonction de l'altitude z, il faut d'abord connaître la dépendance de ρ avec la pression. Pour cela, nous avons besoin de l'équation d'état du fluide ou de ses coefficients thermoélastiques.

2-3: Exemples d'application.

2-3-1: Fluides peu compressibles (liquides) ou solides.

On considère dans ce paragraphe un fluide peu compressible comme l'eau. La côte d'un point M du fluide est repéré sur l'axe Oz de sorte que la surface du fluide se trouve en z=0. A la surface du fluide règne une pression $P_{\rm o}$.





Si l'on néglige la compressibilité du fluide (ce qui revient à supposer ρ constant) l'équation de l'hydrostatique s'intègre facilement en :

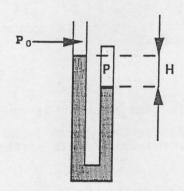
Pour une profondeur H de fluide, on a donc :

$$P(H) = P_o + \rho g H$$

L'interprétation physique est alors aisée : la différence de pression entre la base et le sommet d'une colonne de fluide, correspond (pour une surface unité) au poids de la colonne de fluide.

Pour l'eau avec $\rho = 1000^{\log_3}$ et $g = 9.8^{\frac{1}{2}}$, la pression augmente d'environ 1 atmosphère tous les dix mètres : c'est la hauteur piézométrique. Pour le mercure, la hauteur piézométrique, on pourrait dire barométrique, est de 76 cm.

Application à la mesure des pressions. Manomètre à liquide :



Un fluide à la pression P se trouve d'un côté du manomètre. De l'autre côté se trouve l'atmosphère à la pression $P=P_{\rm o}$. Si on appelle B le dénivelé entre les deux niveaux de liquide, on a clairement :

$$P = P_0 + \rho g H$$

2-3-2 : Fluides compressibles.

2-3-2-1 : Fluides à coefficient de compressibilité constant.

Pour de nombreux fluides ou solides, on peut considérer que le coefficient de compressibilité reste sensiblement constant dans un large domaine de température.

Si on appelle P_0 la pression en z=0 ($\rho = \rho_0$), nous avons montré au chapitre précédent que ρ variait alors selon la loi :

$$\rho = \rho_0 \exp(\kappa_T (P - P_0))$$

En écrivant l'équation de l'hydrostatique dP = -pgdz, il vient alors :

$$dP = -\rho_0 \exp(\kappa_T (P - P_0)) gdz$$

On intègre maintenant cette équation en séparant les variables et en utilisant des bornes cohérentes soit :

$$\frac{dP}{\exp(\kappa_T(P - Pd))} = -\rho_0 gdz$$

$$\int_{P_{o}}^{P} \exp \left[\kappa_{T} \left(P - P_{o} \right) \right] du = \int_{0}^{P} -\rho_{o} g dv$$

L'intégration donne de suite :

$$\exp(-\kappa_{\text{T}}(P - P_0)) - 1 = \kappa_{\text{T}} \rho_0 gz$$

Soit en prenant le logarithme de cette expression :

$$P - P_0 = \frac{-1}{\kappa_T} \ln \left(1 + \kappa_T \rho_0 g z\right)$$

Si on appelle H la hauteur de fluide et si la colonne de fluide est peu compressible ou peu profonde, on a généralement :

Ainsi pour l'eau à une profondeur de cent mètres, la quantité $\kappa_{\rm T} \, \rho_0 \, {\rm gH}$ est de l'ordre de 5.10 donc tout à fait négligeable devant 1. On peut alors écrire en faisant un développement limité au second ordre du logarithme :

$$P-P_{o} = \rho_{o}gz + \frac{\kappa_{T}}{2}(\rho_{o}gz)^{2}$$

$$\left(1+\pi\right) = \pi - \pi + o(\pi)$$

Le premier terme est celui que nous aurions obtenu en supposant le fluide incompressible. Le second est un terme correctif à ajouter. On notera qu'il est toujours positif. En effet le fluide se comprime au fur et à mesure sous l'effet de son propre poids et exerce donc une pression plus forte en profondeur que celle qui serait due au fluide incompressible. Pour une hauteur d'eau de 100 mètres, ce terme correctif est toutefois négligeable.

2-3-2-2 : Cas des qaz : Exemple de l'atmosphère isotherme.

Il s'agit d'un modèle où l'on considère l'atmosphère comme un gaz parfait au repos et à température uniforme. Nous aimerions connaître la loi de variation de la pression dans cette atmosphère en fonction de l'altitude z. On note $P_{\rm o}$ la pression au niveau du sol (z=0).

L'équation de l'hydrostatique donne : $dP = -\rho(z)gdz$ (1)

Il nous faut savoir comment ρ varie avec l'altitude. Pour cela considérons un volume élémentaire δV à l'altitude z. Il contient une masse élémentaire de gaz δm telle que :

$$\delta m = \rho(z) dV$$
 (2)

Appliquons alors la loi des gaz parfaits à ce petit volume, il vient :

$$P(z)\delta V = \frac{\delta m}{M} RT$$
 soit encore compte tenu de (2) : $P(z) = \rho(z) \frac{RT}{M}$

On en déduit pen fonction de la pression : $\rho = \frac{MP}{RT}$. Compte tenu de (1) et après séparation des variables, il vient alors :

$$\frac{dP}{P} = -\frac{Mgdz}{RT}$$

Intégrons ceci avec des bornes cohérentes, nous avons :

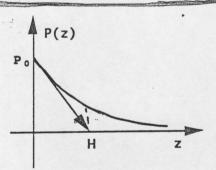
$$\int_{P_0}^{P} \frac{du}{u} = \int_{0}^{z} \frac{-Mg}{RT} dv \text{ soit finalement : } P(z) = P_0 \exp\left(\frac{-Mgz}{RT}\right).$$

La pression décroît donc de manière exponentielle avec l'altitude. Nous verrons dans un prochain chapitre qu'une telle loi n'a rien d'innocent et nous essaierons de l'interpréter physiquement.

eaierons de l'interpréter physiquement. Factor de Polityman. En introduisant maintenant la grandeur $H = \frac{Mg}{RT}$ homogène à une hauteur (car l'argument d'une exponentielle n'a pas d'unité), on peur écrire :

$$P(z) = P_0 exp(\frac{-z}{H})$$

E est une longueur naturelle et typique du problème et ce ne ne peut qu'être à un facteur deux ou trois près, la hauteur typique de l'atmosphère dans ce modèle simpliste. On l'appelle hauteur d'échelle de l'atmosphère.



La houteur route le rapport entre l'energie d'agitation et l'energie de peranteur

Application numérique et commentaires :

Pour l'atmosphère Terrestre à 300K, on trouve H = 8,6km ce qui est un ordre de grandeur tout à fait convenable. D'autre part, H augmente avec la température et l'inverse du poids des molécules du gaz ce qui est physiquement très satisfaisant. Ceci peut expliquer entre autre l'inexistence des gaz légers sur Terre ou l'absence d'atmosphère sur la Lune où règne un champ de gravitation plus faible que sur notre planète.

Le modèle reste toutefois simpliste. L'atmosphère n'a pas à l'évidence une température uniforme. De plus, l'humidité de l'air joue un rôle non négligeable

dans la pression à l'équilibre d'une atmosphère.

Après ces quelques considérations générales sur les propriétés thermoélastiques des systèmes thermodynamiques, entrons maintenant dans le vif du sujet avec le premier principe de la thermodynamique.

face els previou exercée sur une sufue plane que un fluide managorante

$$F = P(3) d = \pi$$

$$F' = P(3) d = \pi$$

$$F' = Pos \pi - b / (s d s \pi) g$$

$$T = fos \pi - seg T \pi$$

39 galdin