

CHAPITRE V : THEORIE CINETIQUE DES GAZ PARFAITS

I: INTRODUCTION HISTORIQUE

 L'idée que la matière n'est pas infiniment divisible est ancienne puisqu'elle date vraisemblablement de l'antiquité. Il faut attendre toutefois les années vingt pour que cette intuition géniale devienne une théorie complète.

A la fin du siècle dernier, les théories atomistes sont encore toutes empreintes de candeur. Les atomes y sont vus comme des billes qui s'associent les unes aux autres avec des engrenages pour assurer des mouvements de rotation.

Des travaux intéressants de théorie cinétique des gaz avaient été réalisés à partir de ces modèles mais ils étaient dans l'ensemble peu connus. Il s'agit pour l'essentiel des travaux de Bernoulli, qui en assimilant les atomes à des boules dures se choquant de manière incessante en arrivait à une expression de la pression cinétique qui est pratiquement celle que nous développerons dans ce cours.

Si les travaux des chimistes Dalton et Avogadro avaient permis, quoique de manière encore floue de dégager la notion de molécules, il fallut attendre les physiciens Maxwell (1831-1879) et surtout Boltzmann (1844-1906) pour que se développent vraiment les bases de la théorie cinétique des gaz.

Ce sont ces bases que on se propose de développer dans ce chapitre.

II : LES HYPOTHESES DE LA THEORIE CINETIQUE

2-1 : le modèle des sphères dures.

2-1-1 : Hypothèses.

Le modèle des sphères dures a pour fondement l'idée qu'il est impossible de résoudre complètement un problème aussi complexe que celui de N particules* en interaction censées représenter un gaz au niveau microscopique. Nous sommes donc obligés de modéliser ce problème afin d'approcher la réalité physique. C'est in fine l'expérience qui permettra non pas de vérifier le modèle (aucun n'est rigoureusement exacte par définition) mais d'en entrevoir les limites.

Le modèle est le suivant :

a) Nous nous intéressons à un gaz monoatomique (typiquement un gaz rare).

b) Les atomes constituant le gaz sont assimilés à des sphères dures (style boules de pétanque) supposées sans structure interne.

* N supposé très grand de l'ordre du nombre d'avogadro.

c) Ces atomes sont de taille extrêmement petite devant la distance moyenne d entre particules.

d) Ces atomes sont considérés comme des particules classiques.

2-1-2 : Discussion.

Un atome peut être modélisé par une boule dure sans structure interne si tous les niveaux d'énergie internes de l'atome (niveaux électroniques ou nucléaires) sont gelés. Ceci suppose que la température ne soit pas trop élevée pour exciter ces niveaux d'énergie. C'est toujours le cas pour les systèmes thermodynamiques à température ambiante.

Pour discuter de l'hypothèse c), on peut estimer la distance moyenne d entre deux molécules pour un gaz parfait, en divisant le volume V occupé par une mole de gaz dans des conditions normales (22,4) par le nombre d'Avogadro et en prenant cette grandeur à la puissance $\frac{1}{3}$ soit :

$$d = \sqrt[3]{\frac{V}{N}} \quad \text{où } N \text{ est le nombre d'Avogadro.}$$

Dans les conditions normales de température et de pression, d est de l'ordre de quelques dizaines d'Angström alors que la taille typique d'une molécule est de un Angström. On peut donc sans trop de crainte négliger la taille des atomes et les assimiler à des points matériels.

La critique de l'hypothèse d) nous amène à faire quelques rappels élémentaires de physique quantique. On sait depuis de Broglie qu'une particule de masse m et d'impulsion $\vec{p} = m\vec{v}$ a un aspect dual, onde ou corpuscule où l'onde est caractérisée par une longueur d'onde de de Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$. On peut utiliser la physique classique si les dimensions typiques d'un problème sont très grandes vis à vis de λ , c'est à dire si on néglige la diffraction de l'onde !

Pour un gaz en équilibre thermique, on montre que :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}$$

$m \downarrow$ l'effet ondulatoire est important,
 $\pi \downarrow$

où h est la constante de Planck. On peut négliger les propriétés ondulatoires de l'atome si la distance moyenne entre particules est très grande vis à vis de la longueur d'onde soit :

$$d \gg \lambda$$

Pour de l'air, λ vaut quelques dixièmes d'Angström alors que d vaut quelques dizaines d'Angström, on peut donc sans problème le traiter comme un gaz classique. C'est d'ailleurs le cas de tous les gaz monoatomiques dans des conditions usuelles de température et de pression.

Pour des particules plus légères ou à basse température, la condition risque de n'être plus vérifiée et il faut alors utiliser la mécanique quantique. C'est le cas d'un gaz d'électrons libres dans un métal qui ne peut être traité par la théorie cinétique des gaz même à température ambiante.

2-2 : Les hypothèses du chaos moléculaire.

On suppose que les sphères n'interagissent pas à distance. Ce sont de véritables boules de billard qui interagissent uniquement au cours de chocs

nombreux. Ces chocs assurent l'homogénéité du milieu et permettent d'atteindre rapidement un équilibre macroscopique. Le mouvement d'une particule du gaz est incessant et aléatoire.

Les chocs sont supposés "rares" au niveau microscopique ce qui signifie que le temps moyen entre deux chocs est très grand vis à vis de la durée du choc lui-même. On ne tient compte que de chocs binaires élastiques, les chocs à plus de deux particules étant fortement improbables.

L'ensemble de toutes ces hypothèses constitue le modèle du gaz parfait. homogène Isotrope.

III: LES RESULTATS DE LA THEORIE CINETIQUE

 La théorie cinétique des gaz va nous permettre de calculer l'énergie interne d'un gaz parfait. Cela suppose d'abord d'effectuer un certain nombre de calculs statistiques. Il m'a semblé bon à ce point du cours de faire quelques rappels mathématiques sur le sujet.

3-1 : Notions élémentaires de statistique.

3-1-1 : Notion de variable aléatoire et de probabilité.

On appelle en statistique **variable aléatoire**, un nombre associé au résultat d'une expérience aléatoire. C'est par exemple le chiffre donné par le jet aléatoire d'un dé. Ce peut être aussi un chiffre associé à une couleur dans un tirage de boules de différentes teintes : 1 pour le bleu, 2 pour le rouge etc..

Si la variable aléatoire est un entier relatif, on parle de **variable aléatoire discrète**. Si c'est un nombre réel qui peut varier de manière continue comme par exemple une composante de vitesse d'une particule dans un gaz, on parle de **variable aléatoire continue**.

Si au cours de N expériences identiques, la valeur X_i de la variable aléatoire discrète X (chiffre indiquée par le dé) se retrouve N_i fois, on dit que X_i a la fréquence $f_i = \frac{N_i}{N}$. En physique, on définit la probabilité de l'événement associé à X_i (par exemple obtenir 6 au dé) par :

$$p_i = \lim_{N \rightarrow \infty} (f_i)$$

Cette définition est très intuitive. La probabilité d'un événement est la limite de la fréquence de cet événement quand le nombre de tirages devient très grand.

Dans le cas d'une variable aléatoire continue, on calcule uniquement la probabilité élémentaire dP pour que la variable aléatoire continue X vaille x à dx près. On appellera densité de probabilité ou fonction de distribution la quantité :

$$\Phi(x) \equiv \frac{dP}{dx}$$

$$\Rightarrow dP = \Phi(x)dx$$

Enfin, si la variable aléatoire est un vecteur $\vec{X}(x,y,z)$, on calculera la probabilité élémentaire dP pour que les composantes de $\vec{X}$ vailent x,y,z à dx, dy, dz près.

On appellera densité de probabilité de cet événement la fonction de trois variables ϕ telle que :

$$\Phi(x, y, z) = \frac{dP}{dx dy dz}$$

$$\Rightarrow dP = \Phi(x, y, z) dx dy dz$$

3-1-2 : Calcul de valeurs moyennes.

Considérons une variable aléatoire discrète X et N le nombre total de tirages. Si N_i désignera le nombre de tirages donnant pour X la valeur X_i , la valeur moyenne de la variable aléatoire X vaut de manière intuitive :

$$\langle X \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k N_i X_i \right\}$$

$$\text{ou encore : } \langle X \rangle = \sum_{i=1}^k p_i X_i$$

où k est le nombre d'événements possibles (6 pour un jet de dé).

On définit alors par analogie la valeur moyenne d'une fonction $f(X)$ par :

$$\langle f(X) \rangle = \sum_{i=1}^k p_i f(X_i)$$

Le passage à une variable aléatoire continue se fait comme le passage d'une somme discrète à une somme continue. On remplace x_i par x , $\sum$ par $\int$ et p_i par $dP = \Phi(x) dx$.

Si les valeurs de la variable aléatoire x varient entre a et b , on a donc :

$$\langle X \rangle = \int_a^b x \phi(x) dx \text{ et } \langle f(X) \rangle = \int_a^b f(x) \phi(x) dx$$

$$\bar{x} = \frac{\int_a^b x \phi(x) dx}{\int_a^b \phi(x) dx}$$

On notera que la moyenne d'une somme est égale la somme des moyennes. En revanche, la moyenne d'un produit est a priori différente du produit des moyennes.

3-2 : Recherche de la fonction de distribution du gaz parfait.

On conçoit que dans un gaz en équilibre thermodynamique, la vitesse $\vec{v}$ d'une particule varie très rapidement et de manière incessante à cause des très nombreux chocs qu'elle subit. Les trois composantes de la vitesse constituent ainsi des variables aléatoires au sens vu précédemment et la probabilité élémentaire dP pour que les composantes de la vitesse de la particule vailent à l'équilibre thermique V_x, V_y, V_z à dV_x, dV_y, dV_z près peut donc s'écrire :

$$dP = \Phi(V_x, V_y, V_z) dV_x dV_y dV_z$$

où Φ est la fonction de distribution des vitesses du gaz parfait.

Est-il possible alors, et compte tenu des hypothèses de la théorie cinétique des gaz de trouver cette fonction de distribution Φ des vitesses ?

Utilisons pour cela les hypothèses de notre modèle.

1^{ère} hypothèse : Le chaos moléculaire impose l'isotropie et l'homogénéité du milieu. On a tenu compte de l'homogénéité en écrivant que Φ ne dépendait pas du point où l'on se place. L'isotropie implique l'équivalence de toutes les directions de l'espace. Φ ne dépend donc pas de la direction du vecteur vitesse mais uniquement de son module ou de son module au carré soit :

$$\Phi(V_x, V_y, V_z) = \Phi(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)$$

2^{ème} hypothèse : La probabilité pour une particule du gaz d'avoir une composante x de vitesse égale à V_x à dV_x près est indépendante de sa composante de vitesse y ou z puisque toutes les directions de l'espace sont équivalentes et indépendantes les unes des autres. Si l'on appelle $dP_x = \eta(V_x)dV_x$ cette probabilité élémentaire, on a alors :

$$(1) \quad dP = \eta(V_x)dV_x \eta(V_y)dV_y \eta(V_z)dV_z$$

Les événements étant indépendants, la probabilité dP s'identifie en effet au produit des trois probabilités élémentaires dP_i où $i=x, y$ ou z (loi intuitive des probabilités). On en déduit la relation suivante :

$$\Phi(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2) = \eta(V_x)\eta(V_y)\eta(V_z)$$

Si on écrit cette relation pour $V_y = V_z = 0$ (et permutations circulaires), on trouve :

$$\eta(V_x) = \frac{\Phi(V_x^2)}{\eta(0)^2} \quad (\text{et permutations circulaires})$$

La fonction Φ vérifie donc l'équation fonctionnelle :

$$\Phi(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2) = \frac{\Phi(V_x^2)\Phi(V_y^2)\Phi(V_z^2)}{\eta(0)^6}$$

Il est facile de voir qu'une fonction exponentielle du type $a^3 \exp(bU)$ où a et b sont deux constantes inconnues et U la variable, vérifie cette équation fonctionnelle. On a donc :

$$\Phi(V^2) = a^3 \exp\{bV^2\} \quad \text{où} \quad V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$$

Pour faire apparaître l'énergie cinétique, rien n'empêche d'écrire :

$$bV^2 = -\frac{\beta}{2}mV^2 \quad \text{où} \quad \beta \text{ est une nouvelle constante inconnue homogène à}$$

l'inverse d'une énergie.

Finalement, la probabilité élémentaire dP pour que les composantes de la vitesse de la particule valent V_x, V_y, V_z à dV_x, dV_y, dV_z s'écrit :

$$dP = a^3 \exp\left(-\frac{\beta}{2} m V^2\right) dV_x dV_y dV_z$$

$$dP = a^3 \exp\left(-\frac{\beta}{2} m (V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)\right) \cdot \frac{dV_x}{dV_x} \frac{dV_y}{dV_y} \frac{dV_z}{dV_z}$$

C'est la fonction de distribution de Maxwell-Boltzmann.

3-3 : Les différentes lois de probabilités.

3-3-1 : Distribution en vitesse et en composante d'une vitesse.

D'après (1), la probabilité pour une composante de vitesse de valoir V_i à dV_i près est égale à :

$$dP_i = a \exp\left\{-\frac{\beta m V_i^2}{2}\right\} dV_i$$

où $i = x, y$ ou z ou toute autre direction de l'espace, toutes les directions étant équivalentes..

On écrira pour simplifier :

$$dP_i = f_i(V_i) dV_i$$

$$\text{avec : } f_i(V_i) = a \exp\left\{-\frac{\beta m V_i^2}{2}\right\}$$

Pour trouver complètement la fonction de distribution, il faudrait trouver les valeurs de β et a . On peut toujours écrire par homogénéité, $\beta = \frac{1}{k_B T}$ où k_B est

la constante de Boltzmann et T^* une quantité homogène à une température qu'on appellera la température cinétique du gaz. Nous montrerons en fin de chapitre qu'elle s'identifie à la température absolue définie au chapitre 3. Quant à a , ce n'est pas vraiment une inconnue. En effet, nous devons utiliser le fait qu'une distribution de probabilité est une fonction toujours normalisée puisque la probabilité de l'événement certain est égale à 1. Ainsi, la probabilité pour que la composante i de la composante vitesse soit comprise entre $-\infty$ et $+\infty$ est égale à 1 soit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} a \exp\left\{-\frac{\beta m V_i^2}{2}\right\} dV_i = 1$$

On trouve dans les tables d'intégrales :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-kx^2) dx = \sqrt{\frac{\pi}{k}}$$

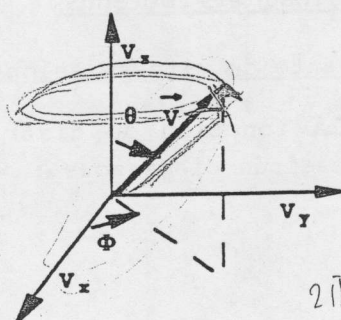
On en déduit de suite : $a \sqrt{\frac{2\pi m}{\beta}} = 1$ soit enfin $a = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T^*}}$

La distribution de Maxwell-Boltzmann s'écrit donc finalement :

$$dP = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{mV^2}{2k_B T} \right) dV_x dV_y dV_z$$

3-3-2 : Distribution angulaire.

On peut représenter le vecteur vitesse $\vec{V}$ dans l'espace par la direction définie par deux angles θ et ϕ dans laquelle il pointe et par son module v . C'est une représentation en coordonnées sphériques de la vitesse.



(x, y, z, V_x, V_y, V_z)
 espace à 6 dimensions
 la probabilité se
 conserve par
 changement
 de variable.

$$2\pi v \sin\theta d\theta dv$$

Le petit élément de volume $dV_x dV_y dV_z$ vaut dans ces coordonnées :

$$dV_x dV_y dV_z = v^2 \sin\theta d\theta d\phi = v^2 d\Omega dv$$

où $d\Omega$ est l'angle solide élémentaire autour duquel pointe le vecteur $\vec{V}$.

Comme la probabilité se conserve dans un changement de variables, la probabilité pour que le vecteur vitesse pointe dans l'angle solide $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ et que son module vaille v à dv près est égale à la probabilité élémentaire précédente soit :

$$dP = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{mV^2}{2k_B T} \right) v^2 d\Omega dv$$

Si on appelle $g(v)$ la fonction :

$$g(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{mV^2}{2k_B T} \right)$$

On peut écrire : $dP = g(v) dv \frac{d\Omega}{4\pi}$

3-3-3 : Distribution en module.

Pour trouver la probabilité dP pour que le module du vecteur vitesse vaille v à dv près, il suffit d'intégrer la probabilité dP sur toutes les directions possibles de l'espace soit :

$$dP = g(v) dv \int_{\text{Tout l'espace.}} \frac{d\Omega}{4\pi}$$

soit encore : $dP = g(v)dv$

puisque l'angle solide sous lequel on voit l'espace vaut 4π .

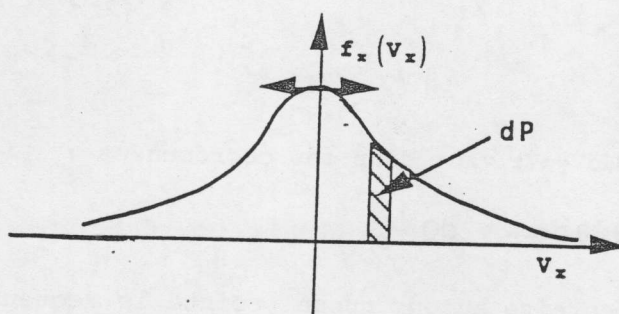
La fonction de distribution du module de la vitesse est donc :

$$dP = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left\{ -\frac{mV^2}{2k_B T} \right\} dv$$

3-4 : Interprétation physique des résultats obtenus.

3-4-1 : Distribution d'une composante de vitesse selon un axe quelconque.

Si on appelle Ox cet axe, la fonction de distribution $f_x(v_x)$ appelée Gaussienne a l'allure en cloche dessinée ci-dessous :



La valeur moyenne de la composante x de vitesse vaut par définition :

$$\langle v_x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} v_x f_x(v_x) dv_x = 0 \text{ (fonction impaire)}$$

Nous aurions pu trouver physiquement ce résultat en écrivant que les deux sens de déplacement de la particule selon Ox étant équiprobables, la composante moyenne de sa vitesse est forcément nulle.

Pour étudier la dispersion autour de cette valeur moyenne, on peut calculer la largeur à mi-hauteur de la Gaussienne :

$$\Delta v_x = \sqrt{\frac{2 \ln 2 k_B T}{m}}$$

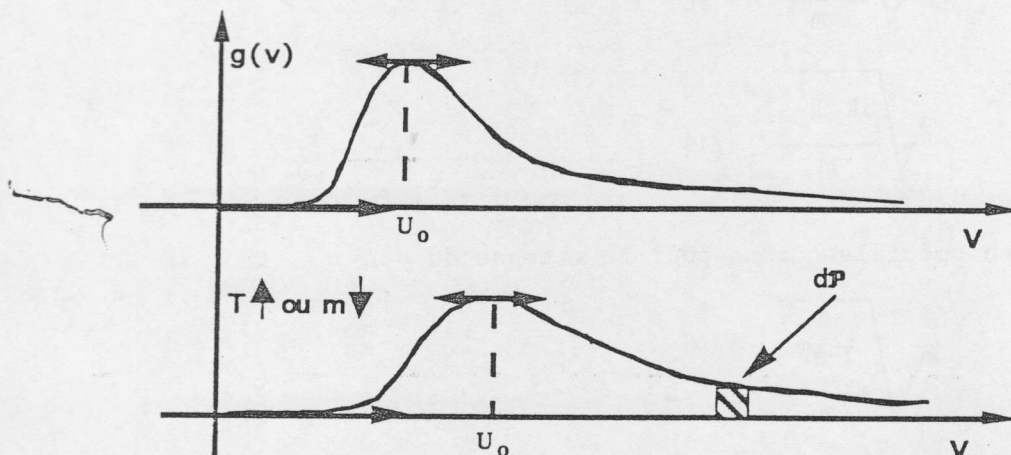
Son expression montre que le maximum ($v_x = 0$) de la fonction est d'autant plus aigu que la température cinétique est faible et la masse des particules élevée. En effet, il est clair physiquement que plus les particules seront légères et la température cinétique élevée et plus il en y aura dont la composante de vitesse s'écartera de la valeur moyenne.

3-4-2 : Distribution du module de la vitesse.

La densité de probabilité en module est donnée par la fonction $g(v)$ appelée fonction de Rayleigh.

$$g(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left\{ -\frac{mV^2}{2k_B T} \right\}$$

On a pour cette fonction l'allure grossière donnée ci-dessous :



Cette fonction dissymétrique présente un maximum qui physiquement sera d'autant plus aigu que la température cinétique sera basse et la masse des atomes élevée.

On notera que cette fonction s'étale très loin en vitesse ce qui signifie qu'il existe toujours des particules de vitesse supérieure à celle du maximum de la fonction. En particulier, il y aura toujours un reliquat de particules de vitesse supérieure à la vitesse de libération d'une planète, vitesse limite qui permet d'échapper à l'attraction de la planète. On conçoit alors la disparition des gaz légers dans l'atmosphère Terrestre et l'inexistence d'atmosphère dans des planètes "légères" comme la Lune où le champ de pesanteur est beaucoup plus faible que sur Terre.

Pour calculer la valeur U_0 du maximum de la fonction, on écrira astucieusement la nullité de la dérivée logarithmique de la fonction pour $v = U_0$ soit :

$$d \ln g = - \frac{mv}{k_B T^*} dv + 2 \frac{dv}{v} = 0 \text{ d'où :}$$

$$U_0 = \sqrt{\frac{2k_B T^*}{m}}$$

Il est utile pour la suite de ce cours de calculer la moyenne U du module de la vitesse et la moyenne $\langle v^2 \rangle$ du module carré.

Ces quantités valent par définition :

$$U = \langle v \rangle \text{ d'où : } U = \int_0^{\infty} v g(v) dv$$

$$\text{et } \langle v^2 \rangle = \int_0^{\infty} v^2 g(v) dv$$

On appelle vitesse quadratique moyenne, la quantité $v^* = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$.

Le calcul à partir des tables des tables d'intégrales donne :

$$U = \sqrt{\frac{8k_B T^*}{\pi m}} \quad \text{et}$$

$$v^* = \sqrt{\frac{3k_B T^*}{m}} \quad (1)$$

Un modèle étudié en spéciales donne pour la vitesse du son :

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma k_B T^*}{m}} \quad \text{où } \gamma = \frac{5}{3}$$

On constate donc que les vitesses U_0 , U et v^* sont du même ordre de grandeur qui est celui de la vitesse du son dans le gaz. Elles croissent naturellement avec la température cinétique et l'inverse de la masse des particules. ce qui est physiquement très satisfaisant.

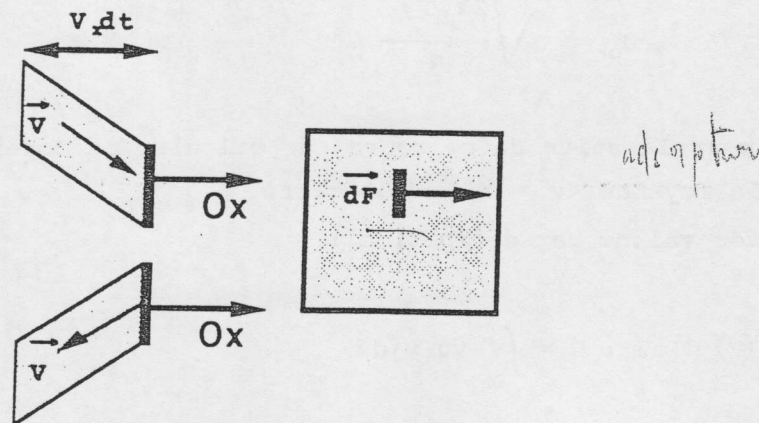
De (1), on peut tirer l'énergie cinétique moyenne d'une particule :

$$\langle E_c \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \quad \text{d'où : } \boxed{\langle E_c \rangle = \frac{3}{2} k_B T^*}$$

IV : Relation de Bernoulli et énergie interne du gaz parfait

4-1 : Calcul de la pression cinétique d'un gaz.

On se propose de calculer la pression cinétique qui s'exerce sur une petite surface dS au sein d'un fluide. On interprète physiquement cette pression comme un transfert de quantité de mouvement entre les particules du gaz et la surface dS lors des nombreux chocs de particules avec cette surface. Par symétrie, la force de pression exercée est orthogonale à la surface selon un axe Ox .



On décompose le transfert d'impulsion en deux temps. Dans un premier temps on considère qu'une particule incidente arrive sur la paroi et lui communique la quantité de mouvement mv_x . Dans un second temps, la particule repart avec une impulsion $-mv_x$ et la paroi reçoit donc l'impulsion opposée mv_x .

Pendant dt , le nombre de particules arrivant sur la petite surface se trouve dans un cylindre de hauteur $v_x dt$ et de base dS et vaut donc $\frac{1}{2}(n v_x dS dt)$ où n est le nombre de particules par unité de volume et le facteur $\frac{1}{2}$ tenant compte de ce que la moitié seulement des particules "arrivent" sur dS . La paroi reçoit donc "d'abord" pendant dt l'impulsion $dp_x = \frac{1}{2}(m n v_x^2 dS dt)$ et puis bien entendu dp'_x égale à $\frac{1}{2}(m n v_x'^2) dS dt$ dans le second temps.

L'impulsion totale reçue selon Ox pendant la durée dt vaut donc :

$$dp = \frac{1}{2} m n dS dt \{v_x^2 + v_x'^2\}$$

En réalité, les chocs sont si nombreux que le détecteur de pression n'est sensible qu'à la moyenne de l'impulsion reçue soit :

$$\langle dp \rangle = \frac{1}{2} m n dS dt \{ \langle v_x^2 \rangle + \langle v_x'^2 \rangle \}$$

L'isotropie de la distribution des vitesses implique :

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$$

$$\text{et } \langle v_x'^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle$$

La force F_x exercée sur dS vaut donc : $F_x = \frac{dp}{dt} = \frac{1}{3} m n \langle v^2 \rangle dS$ ce qui correspond à

$$\text{une pression cinétique : } P = \frac{F_x}{dS} = \frac{1}{3} m n \langle v^2 \rangle = \frac{1}{3} \frac{M}{V} \langle v^2 \rangle$$

Cette relation est quelquefois connue sous le nom de loi de Bernoulli. Elle est physiquement très satisfaisante. En effet, on peut y voir que la pression croît avec la densité du gaz, la "vitesse" et la masse des particules qui le constituent.

Déduisons de ce résultat l'équation d'état du gaz parfait. Nous avons démontré au paragraphe précédent que :

$$m \langle v^2 \rangle = 3 k_B T^*$$

En injectant ceci dans la relation de Bernoulli, il vient : $PV = N k_B T^*$

Pour le thermomètre à gaz, nous avons démontré la relation $PV = N k_B T$. Il en résulte que $T^* = T$ ce qui montre comme promis l'identité entre la température absolue et la température cinétique du gaz.

4-2 : Energie interne du gaz parfait monoatomique. Identité entre température et énergie cinétique.

L'énergie interne du gaz parfait est simplement égale à son énergie cinétique moyenne totale puisqu'on néglige l'énergie d'interaction entre particules.

Pour un ensemble de N particules sans interactions, on a donc :

$$U = N \frac{m}{2} \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} N k_B T$$

L'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique ne dépend donc que de la température. Ceci est vrai pour tous les gaz parfaits. En effet si l'énergie interne dépendait de la pression ou du volume, cela voudrait dire que la distance moyenne entre particules qui varie avec la pression ou le volume, intervient dans l'énergie interne et donc qu'il existe des forces à distance entre particules. Ceci est en contradiction avec le modèle du gaz parfait.

Par ailleurs, vous voyez qu'il y a équivalence entre énergie cinétique moyenne d'une particule d'un gaz et sa température. La quantité $k_B T$ représente en quelque sorte un quantum d'énergie thermique tout comme $h\nu$ est un quantum d'énergie lumineuse. Certains physiciens passent d'ailleurs agilement de l'énergie à la température en utilisant l'équivalence $\text{Energie} = k_B T$. On peut ainsi estimer avec cette relation une énergie de liaison connaissant la température de fusion d'un corps, ou trouver un ordre de grandeur de la température d'ionisation d'un atome etc...

Sachant maintenant calculer l'énergie interne d'un gaz parfait, il va être possible de faire des bilans énergétiques. Voyons cela de près.